

ATTENTION : ce document est sous licence Creative Commons by-sa

Merci de la respecter !

Voir : <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/fr/>

Partie COURS (sur ~15 points)

(durée : 30 min, aucun document autorisé, pas de calculatrice).

N.B. : cette partie est à rendre au bout de 30 min

C1. citer les différents types de transferts thermiques possibles. On précisera dans chaque cas comment l'énergie est transportée.

Rayonnement : phénomène de transfert thermique sans milieu servant de support. L'énergie transférée l'est sous forme de photons.

Conduction : il s'agit d'un phénomène de transfert thermique dans la masse (donc dans un même milieu).

Convection : La convection désigne le transfert de chaleur entre un solide (plaque, tuyau de section donnée, échangeur etc) et un fluide. L'énergie est transmise par conduction puis par déplacement du fluide. Le phénomène mis en jeu dans la convection est un phénomène de transport, et il est régi par la loi de Newton.

[3 pts]

C2. Donner la loi de Newton pour les fluides, en précisant chaque terme de l'équation, ainsi que son unité.

La loi de Newton s'écrit : $\varphi = h \cdot S \cdot (T_p - T_\infty)$

Avec :

φ Flux de chaleur transmis par convection (en W)
 h Coefficient de chaleur par convection (en $W \cdot m^{-2} K^{-1}$, ou en $W \cdot m^{-2} C^{-1}$)
 T_p Température de la surface du solide (en K ou °C)
 T_∞ Température du fluide loin de la surface du solide (il n'y a plus de variation détectable)
 S Aire de la surface de contact solide / fluide

[2 pts]

C3. Quels sont, lorsqu'il n'y a pas de changement d'état, les types de convection possibles ? (il faut justifier)

Selon le mécanisme qui provoque le mouvement du fluide, on distingue :

- la convection libre ou naturelle: le fluide est mis en mouvement sous le seul effet des différences de masses volumiques, dues elles-mêmes aux différences de températures sur les frontières et d'un champ de forces extérieures (dû à la pesanteur)
- la convection forcée : le mouvement du fluide est provoquée par un dispositif (milieu fermé, sens de circulation imposé : pompe, ventilateur)

[2 pts]

C4. Quand peut-on considérer qu'un fluide s'écoule de façon laminaire ?

Pour savoir si un fluide s'écoule en régime laminaire ou turbulent, il faut calculer le nombre de

Reynolds $Re = \frac{\rho u D}{\mu}$:

- si $Re < 2500$: écoulement laminaire (entre 2000 et 2500 = limite communément admise)
- si $Re > 3000$ écoulement franchement turbulent.

[1 pt]

C5. Quelle est la signification physique du nombre de Prandtl ? Dans quels cas l'utilise-t-on ?

Ludwig Prandtl est un ingénieur et physicien allemand. Il a apporté d'importantes contributions à la mécanique des fluides, il dégagait notamment la théorie de la couche limite), ainsi que la théorie de la résistance des solides. Par allusion à ses travaux, le nombre de Prandtl, noté Pr , et qui vaut $Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda}$ est un nombre adimensionnel, qui compare la prédominance des phénomènes hydrodynamiques (liés à la viscosité) sur ceux liés à la conduction thermique (liée à la conductivité thermique λ) dans un fluide.

Un nombre de Prandtl élevé signifie que la convection est prédominante. Une valeur faible, signifie que la conduction thermique l'emporte.

[1 pt]

C6. À quoi sert le nombre de Rayleigh ? (il faut justifier la réponse)

Comparé à $3 \cdot 10^5$, ce nombre permet de savoir s'il y a convection naturelle ou pas. De façon simplifiée :

- il n'y a **PAS** de convection naturelle si $Ra < 3 \cdot 10^5$ (seulement de la conduction et du rayonnement)

Dans ce cas : $C=0$; $n=0$;

- régime laminaire si Ra compris entre $3 \cdot 10^5$ et $3 \cdot 10^{10}$

Dans ce cas : $C=0,27$; $n=1/4$;

- régime turbulent si $Ra > 3 \cdot 10^{10}$.

Dans ce cas : $C=0,14$; $n=1/3$.

[1 pt]

C7. On utilise la formule $\varphi = h S_2 \Delta T_m$. Que signifie ΔT_m ?

On appelle ΔT_m le rapport $\frac{(\Delta T_s - \Delta T_e)}{\left(\ln \frac{\Delta T_s}{\Delta T_e}\right)}$, appelé aussi moyenne logarithmique de l'écart ΔT entre la sortie et l'entrée de l'échangeur.

Soit finalement, $\varphi = h S_2 \Delta T_m$ avec $\Delta T_m = \frac{(\Delta T_s - \Delta T_e)}{\left(\ln \frac{\Delta T_s}{\Delta T_e}\right)}$ (équation 2)

[2pts]

C8. Définir la notion de coefficient global de transfert thermique

Une première expression du flux de chaleur transféré dans un échangeur peut-être déterminée en écrivant qu'il est égal au flux de chaleur perdu par le fluide chaud et au flux de chaleur gagné par le fluide froid pendant la traversée de l'échangeur (de longueur L donnée).

Cette égalité s'écrit : $\varphi = \dot{m}_1 c_{p1} (T_{1e} - T_{1s}) = \dot{m}_2 c_{p2} (T_{2s} - T_{2e})$. Les produits $q_{c1} = \dot{m}_1 c_{p1}$ et $q_{c2} = \dot{m}_2 c_{p2}$ sont appelés les débits calorifiques des deux fluides. Ainsi, le flux de chaleur peut donc finalement s'écrire : $\varphi = q_{c1} (T_{1e} - T_{1s}) = q_{c2} (T_{2s} - T_{2e})$

Dans les échangeurs de chaleur, on choisit de rapporter le flux de chaleur échangé à la surface $S_2 = 2 \pi r_2 L$, soit d'écrire : $\varphi = h S_2 \Delta T = \frac{h_{\text{équi}}}{S_2} \cdot S_2 \cdot \Delta T$. Le coefficient global de transfert d'un

échangeur de chaleur s'écrit donc : $h = \left(\frac{r_2}{h_1 r_1} + \frac{r_2 \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)}{\lambda} + \frac{1}{h_2} + R_{en} \right)^{-1}$, formule dans laquelle

R_{en} est une résistance thermique due à l'encrassement des surfaces d'échange dont il faut tenir compte après quelques mois de fonctionnement (entartrage, dépôts, corrosion, ...).

[2 pts]

C9. Définir l'efficacité thermique d'un échangeur.

On définit l'efficacité thermique d'un échangeur, notée η , comme le rapport du flux de chaleur effectivement transféré dans l'échangeur au flux de chaleur maximal qui serait transféré dans les mêmes conditions de température d'entrée des deux fluides dans un échangeur tubulaire de longueur

infinie fonctionnant à contre-courant :

$$\eta = \frac{\varphi}{\varphi_{max}}$$

[1 pt]

Partie EXERCICES (durée 1h30, le barème est donné à titre indicatif)

Exercice 1 étude d'un échangeur tubulaire (sur ~ 19 points)

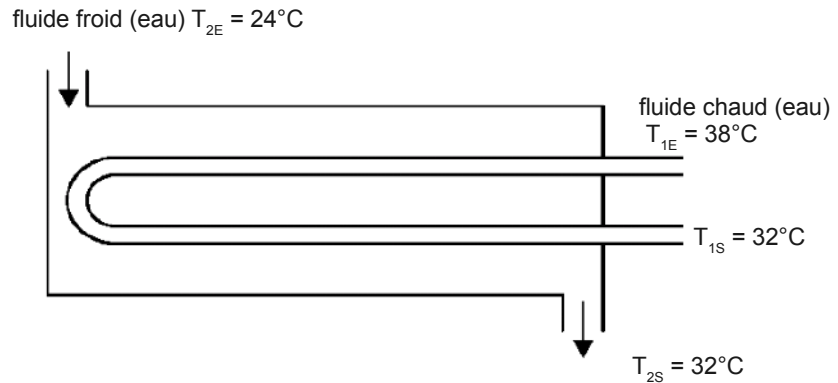
On considère l'échangeur tubulaire de type 1-2, cf figure ci-dessous, supposé parfaitement isolé.

La coque et le tube sont en acier

$$(\lambda_{acier} = 13,4 \text{ W.m}^{-1} . \text{K}^{-1}).$$

La longueur du tube est de 10m.

Le diamètre externe du tube est $D_{ext} = 2,5 \text{ cm}$, et le diamètre interne $D_i = 2 \text{ cm}$.



Pour le fluide chaud : $\dot{m}_1 = 0,33 \text{ kg.s}^{-1}$; $T_{1E} = 38^\circ \text{C}$; $T_{1S} = 32^\circ \text{C}$

Pour le fluide froid : $T_{2E} = 24^\circ \text{C}$; $T_{2S} = 32^\circ \text{C}$

1.1 Rappeler, en vous servant des annexes du cours, les propriétés de l'eau. En particulier, on donnera les valeurs numériques de ρ , μ , ν , C_p et λ pour l'eau au voisinage de 40°C .

N.B. : on prendra $C_p = 4180 \text{ J.kg}^{-1} . \text{K}^{-1}$ pour les calculs.

Pour l'eau, on a, d'après les annexes du cours :

$$C_p = 4178 \text{ J.kg}^{-1} . \text{K}^{-1} ; \mu = 6,55 . 10^{-4} \text{ Pa.s} ; \rho = 995 \text{ kg.m}^{-3} ; \nu = 0,658 . 10^{-6} \text{ m}^2 . \text{s}^{-1}$$

$$\lambda = 0,628 \text{ W.m}^{-1} . \text{K}^{-1}$$

[2pts]

1.2 Donner l'expression des flux thermiques pour le fluide chaud et le fluide froid (que l'on notera respectivement φ_1 et φ_2). Quelle relation les lie ?

$$\varphi_1 = \dot{m}_1 C_p (T_{1E} - T_{1S}) \text{ puissance thermique cédée par le fluide chaud (comptée } > 0)$$

$$\varphi_2 = \dot{m}_2 C_p (T_{2S} - T_{2E}) \text{ puissance thermique reçue par le fluide froid (comptée } > 0)$$

Comme l'échangeur est supposé isolé, ce que reçoit le fluide froid est perdu par le fluide chaud. Ce qui entraîne $\varphi_1 = \varphi_2$

[2pts]

1.3 Donner l'expression de \dot{m}_2 , débit massique du fluide froid, en fonction des grandeurs connues et calculer sa valeur en kg/s.

$$\text{Comme } \varphi_1 = \varphi_2, \text{ on peut écrire : } \dot{m}_2 = \dot{m}_1 \frac{(T_{1E} - T_{1S})}{(T_{2S} - T_{2E})}$$

$$\text{Application numérique : } \dot{m}_2 = 0,33 \frac{6}{8} = 0,25 \text{ kg.s}^{-1}$$

[2pts]

1.4 Calculer q_{cmin} et q_{cmax} . Quel fluide commande le transfert thermique ici ?

Comme le fluide froid et le fluide chaud sont les mêmes (eau), C_p est commune, et c'est le débit massique qui donne le résultat :

$$\dot{m}_1 C_p = 0,33 \cdot 4180 = \frac{4180}{3} = 1393,33 \text{ W.K}^{-1} ; \dot{m}_2 C_p = 0,25 \cdot 4180 = \frac{4180}{4} = 1045 \text{ W.K}^{-1}$$

Soit $q_{Cmin} = q_{C2} = \dot{m}_2 C_p = 1045 \text{ W.K}^{-1}$ et $q_{Cmax} = q_{C1} = \dot{m}_1 C_p = 1393,33 \text{ W.K}^{-1}$

Ici $q_{c2} < q_{c1}$, et c'est le fluide froid qui commande le transfert ici (mais les valeurs sont proches)

[1+1pts]

On suppose que le NUT_{max} de cet échangeur vaut 1,4

1.5 Dédurre des résultats de la question précédente la valeur z de cet échangeur

$$z = \frac{q_{Cmin}}{q_{Cmax}} = \frac{1045}{1393,33} = 0,75$$

[1pt]

1.6 Dédurre de ce qui précède la valeur de h , coefficient d'échange convectif global de cet échangeur.

D'après le cours, $NUT_{max} = \frac{hS}{q_{Cmin}}$, avec S surface d'échange totale de cet échangeur qui est connue,

$$\text{et vaut } S = \pi D_{ext} L = \pi \cdot 0,025 \cdot 10 = 0,785 \text{ m}^2 \Rightarrow h = \frac{q_{Cmin} NUT_{Max}}{S} = 1862,7 \text{ W.m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$$

[2pts]

Indication : ce coefficient est souvent noté U , et schématise un échange convectif intérieur au tube + une conduction thermique entre diamètre intérieur et diamètre extérieur + un échange convectif sur la paroi externe du tube entre le fluide froid et la paroi.

1.7 Calculer le coefficient d'échange convectif intérieur h_i , entre l'eau (fluide chaud et la paroi intérieure du tube)

Pour commencer on a besoin de connaître le régime d'écoulement du fluide chaud, et on va le faire

$$\text{en utilisant le nombre de Reynolds. } Re = \frac{\rho u D_i}{\mu}, \text{ avec } u = \frac{\dot{m}_1}{\rho \frac{\pi D_i^2}{4}} = \frac{4 \dot{m}_1}{\rho \pi D_i^2} \Rightarrow Re = \frac{4 \dot{m}_1}{\pi D_i \mu}$$

Application numérique : $Re \approx 32398 \Rightarrow$ le régime d'écoulement est fortement turbulent.

$$\text{Pour le nombre de Prandtl, le calcul est direct : } Pr = \frac{c_p \mu}{\lambda} = 4,359 \approx 4,36$$

Pour le nombre de Nusselt, on utilise la méthode de Dittus-Bolter, suggérée dans l'énoncé. Comme la température de paroi est inférieure à la température du fluide chaud à l'intérieur, on prendra $n=0,3 \Rightarrow Nu_u = 0,023 Re_e^{0,8} \cdot Pr^{0,3}$. Application numérique : $Nu_u = 145,2$

Et pour l'échange convectif à l'intérieur du tube, on peut écrire que $Nu = \frac{h_i D_i}{\lambda} \Leftrightarrow h_i = \frac{Nu \lambda}{D_i}$

Enfin, l'application numérique donne $h_i = \frac{145,2 \cdot 0,628}{0,02} \simeq 4559 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$

[4pts]

Indication : on pourra utiliser R_e , Pr et Nu et une méthode comme celle de Dittus-Bolter (par exemple), pour faire ce calcul.

1.8 Dédurre de tout ce qui précède le coefficient d'échange convectif extérieur au tube, noté h_{ext} entre la paroi extérieure et le fluide froid.

N.B. : pour cette question, le barème tient compte tenu des erreurs d'arrondis, susceptibles de causer une grande variation dans les applications numériques.

D'après les annexes du cours, la relation entre le facteur convectif global et les différents

$$\text{coefficients } h_i \text{ et } h_{ext} \text{ est donnée par } \frac{1}{h S_{ext}} = \frac{1}{h_i S_i} + \frac{1}{h_{ext} S_{ext}} + \frac{\ln\left(\frac{D_{ext}}{D_i}\right)}{2 \pi L \lambda_{acier}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{h \pi D_{ext} L} = \frac{1}{h_i \pi D_i L} + \frac{1}{h_{ext} \pi D_{ext} L} + \frac{\ln\left(\frac{D_{ext}}{D_i}\right)}{2 \pi L \lambda_{acier}} = \frac{1}{h_i D_i} + \frac{1}{h_{ext} D_{ext}} + \frac{\ln\left(\frac{D_{ext}}{D_i}\right)}{2 \lambda_{acier}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{h_{ext}} = D_{ext} \left(\frac{1}{h D_{ext}} - \frac{1}{h_i D_i} - \frac{\ln\left(\frac{D_{ext}}{D_i}\right)}{2 \lambda_{acier}} \right) = 0,025 \left(\frac{1}{145,2 \cdot 0,025} - \frac{1}{4559 \cdot 0,02} - \frac{\ln 1,25}{26,8} \right)$$

Application numérique : $\frac{1}{h_{ext}} = 0,025 (0,2755 - 1,096 \cdot 10^{-2} - 8,32 \cdot 10^{-3}) = 0,006403$

$\Rightarrow h_{ext} \simeq 156,2 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$

Attention : le résultat est très imprécis, et peut varier énormément, compte tenu des erreurs d'arrondis (mais il doit rester > 0)

[4pts]

Exercice 2 Calculs autour de l'efficacité d'un échangeur (sur ~ 11 pts)

2.1 Proposer une démarche permettant de calculer la surface d'échange nécessaire pour refroidir en continu 50 tonnes par heure d'une solution de 66°C à 39°C en utilisant $75 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ d'eau de refroidissement à 10°C dans le cas d'un échangeur à co-courant simple. La solution circule dans l'espace enveloppe de l'échangeur, qui est supposé parfaitement isolé (adiabatique). Le coefficient global d'échange par convection est donné et vaut $h = 1950 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$.

Données : on donne $cp_{eau} = 4180 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ $cp_{solution} = 3280 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Méthode proposée :

Dans l'ordre, on va :

- appliquer la conservation de l'énergie (échangeur isolé)
- calculer les différents débits massiques
- calculer le flux thermique échangé
- calculer la température de sortie manquante (ici T_{2S})
- calculer la MLDT
- enfin, connaissant h_{global} , on calcule S

Conservation de l'énergie

Comme cet échangeur est parfaitement isolé, ce qui est perdu par le fluide chaud est reçu par le fluide froid. $\Rightarrow \Phi_1 = \dot{m}_{solution} C_{p_{solution}} (T_{1E} - T_{1S}) = \Phi_2 = \dot{m}_{eau} C_{p_{eau}} (T_{2S} - T_{2E})$ (équation 1)

Calcul des débits massiques

Les débits massiques ne sont pas connus, mais peuvent être calculés directement :

$$\dot{m}_{solution} = \frac{50 \cdot 10^3}{3600} = 13,89 \text{ kg/s} \quad \dot{m}_{eau} = \frac{75 \cdot 10^3}{3600} = 20,833 \text{ kg/s}$$

$$q_{c1} = 13,89 \cdot 3280 \approx 45556 \text{ W.K}^{-1} \quad ; \quad q_{c2} = 20,833 \cdot 4180 = 87082 \text{ W.K}^{-1}$$

Calcul du flux thermique échangé

Le flux thermique échangé vaut alors $\Phi_1 = 13,89 \cdot 3280 (66 - 39) = 1,230 \text{ MW}$

Calcul des températures

Les températures connues sont $T_{1E} = 66^\circ \text{C}$, $T_{1S} = 39^\circ \text{C}$ et $T_{2E} = 10^\circ \text{C}$.

T_{2S} n'est pas connue, mais on peut la trouver directement à l'aide de l'équation 1 :

$$T_{2S} = T_{2E} + \frac{\dot{m}_{solution} C_{p_{solution}}}{\dot{m}_{eau} C_{p_{eau}}} (T_{1E} - T_{1S})$$

$$T_{2S} = 10 + \frac{13,89 \cdot 3280}{20,833 \cdot 4180} \cdot (66 - 39) \approx 24,12^\circ \text{C}$$

Utilisation de la MLDT

Ensuite, pour un échangeur à co-courant, et quand toutes les températures sont connues, on peut utiliser la méthode MLDT. Dans ce cas, $\Delta T_m = \frac{(66 - 10) - (39 - 24,12)}{\ln\left(\frac{56}{14,88}\right)} = 31,02^\circ \text{C}$

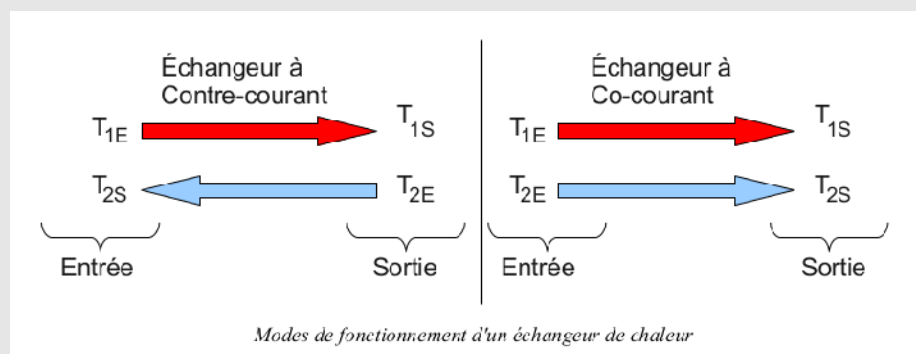
Et comme $\Phi_1 = h S \Delta T_m$ il vient $S = \frac{\Phi_1}{h \Delta T_m}$ [6pts]

2.2 Application numérique : calcul de la surface d'échange totale de l'échangeur

$$S = \frac{\Phi_1}{h \Delta T_m} = \frac{1,230 \cdot 10^6}{1950 \cdot 31,02} = 20,335 \approx 20,34 \text{ m}^2 \quad [1 \text{ pt}]$$

2.3 Pour $T_{2S} = 24,12^\circ \text{C}$, calculer la surface d'échange nécessaire dans le cas d'un échangeur à contre-courant.

Cette hypothèse revient à considérer les mêmes température, mais on aura une surface d'échange différente, et aussi une MLDT différente car ΔT_E et ΔT_S changent (cf figure ci-dessous). Et sachant qu'un échangeur à contre-courant est plus efficace, cette surface devrait être inférieure à la surface d'échange calculée en co-courant.



Calculons la nouvelle MLDT :

$$\Delta T_E = T_{1E} - T_{2S} = 66 - 24,12 = 41,88^\circ \text{C}$$

$$\Delta T_S = T_{1S} - T_{2E} = 39 - 10 = 29^\circ \text{C}$$

$$\Rightarrow \Delta T_m = \frac{(41,88 - 29)}{\ln\left(\frac{41,88}{29}\right)} = 35,04^\circ \text{C}$$

Ensuite, on calcule $S' = S' = \frac{\Phi_1}{h \Delta T_m} = \frac{1,230 \cdot 10^6}{1950 \cdot 35,04} = 17,99 \approx S' = 18 \text{ m}^2$

On constate que cette surface est comme prévu inférieure dans le cas d'un échangeur à contre-courant. Cela entraîne un coût moindre pour la même puissance thermique échangée.

[3pts]

2.4 Calculer les températures de sortie des 2 fluides pour un échangeur à co-courant, et de longueur infinie.

La température limite est donnée par $T_{\text{lim}} = \frac{q_{c1} T_{1E} + q_{c2} T_{2E}}{q_{c1} + q_{c2}}$, avec $q_{c1} = \dot{m}_{\text{solution}} C_{p_{\text{solution}}}$ et $q_{c2} = \dot{m}_{\text{eau}} C_{p_{\text{eau}}}$. Par ailleurs, on avait précédemment calculé : $q_{c1} = 13,89 \cdot 3280 = 45556 \text{ W.K}^{-1}$ et $q_{c2} = 20,833 \cdot 4180 = 87082 \text{ W.K}^{-1}$

Application numérique : $T_{\text{lim}} = \frac{45556 \cdot 66 + 87082 \cdot 10}{45556 + 87082} = 29,23^\circ \text{C} \quad [1 \text{ pt}]$