

**Exercice 6 refroidissement d'une cheminée (auteur de ce corrigé : Eric Bachard)**

On veut estimer la diminution de la température des fumées dans une cheminée, que l'on considère pour simplifier comme un échangeur dont les fumées constituent le fluide chaud, et l'air extérieur le fluide froid. On supposera dans le problème que la température  $T_{air}$  est constante tout le long de la paroi extérieure de la cheminée. Le coefficient d'échange global est noté  $h$ .

Notations:  $T_c$  est la température de la cheminée,  $T_{ce}$  = température à l'entrée de la cheminée ;  
 $T_a$  = température ambiante

6.1 Quel type d'échangeur utilise-t-on ici ? Faire un dessin pour justifier votre réponse

=> échangeur simple à co-courant.

6.2 Préciser les températures et données connues en complétant le tableau ci-dessous

	$T_{1e}$	$T_{1s}$	$T_{2e}$	$T_{2s}$	$q_{c1}$	$q_{c2}$
Nom dans l'énoncé	$T_{ce}$	$T_{cs}$	$T_a$	$T_a$	$q_{mc} \cdot c_{pe}$	$\infty$
Valeur	593K		278K	278K	$525 W \cdot K^{-1}$	

Remarque : on pourra laisser la case vide quand une grandeur n'est pas connue.

6.3 Montrer que 
$$\frac{T_c - T_a}{T_{ce} - T_a} = \exp\left(-\frac{hS}{q_{1c}}\right)$$

Méthode : on isole un élément  $dS$  de la paroi intermédiaire de la cheminée.

À travers  $dS$  s'échappe, par convection, le flux de chaleur  $d\phi = h_c dS (T_c - T_f) = h_c dS (T_c - T_a)$ .

De plus, la chaleur perdue par le fluide chaud vaut :  $d\phi = -q_{c1} dT_c \Rightarrow$

$$d\phi = h_c dS (T_c - T_a) = -q_{c1} dT_c, \text{ ce qui s'écrit aussi } \frac{dT_c}{(T_c - T_a)} = -\frac{h_c dS}{q_{c1}} \Rightarrow T_c - T_a = K e^{\frac{-h_c S}{q_{c1}}}$$

On sait aussi qu'en  $x=0$ ,  $T_c = T_{ce}$  et  $S=0 \Rightarrow (T_{ce} - T_a) = K$ , soit :  $T_c - T_a = (T_{ce} - T_a) e^{\frac{-h_c S}{q_{c1}}}$

$$\Leftrightarrow \frac{(T_c - T_a)}{(T_{ce} - T_a)} = e^{\frac{-h_c S}{q_{c1}}} \quad \text{QED}$$

6.4 Le conduit de la cheminée est considéré comme cylindrique, de diamètre  $D$  et de longueur  $L$ . Déterminer la température de sortie des fumées.

On donne les valeurs suivantes :  $L = 12\text{m}$  ;  $D = 0,25\text{ m}$  ;  $T_{ce} = 593\text{ K}$  ;  $T_a = 278\text{ K}$  ,  
 $h = 20\text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$  . Pour les fumées :  $q_{mc} = 0,5\text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$  ;  $c_{pc} = 1050\text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

À la sortie,  $T_c = T_{cs}$  et  $S = \text{surface totale} = \pi D L \Rightarrow T_{cs} = T_a + (T_{ce} - T_a) \exp\left(-\frac{h_c \pi D L}{q_{c1}}\right)$

6.5 Application numérique : calculer  $T_{cs}$

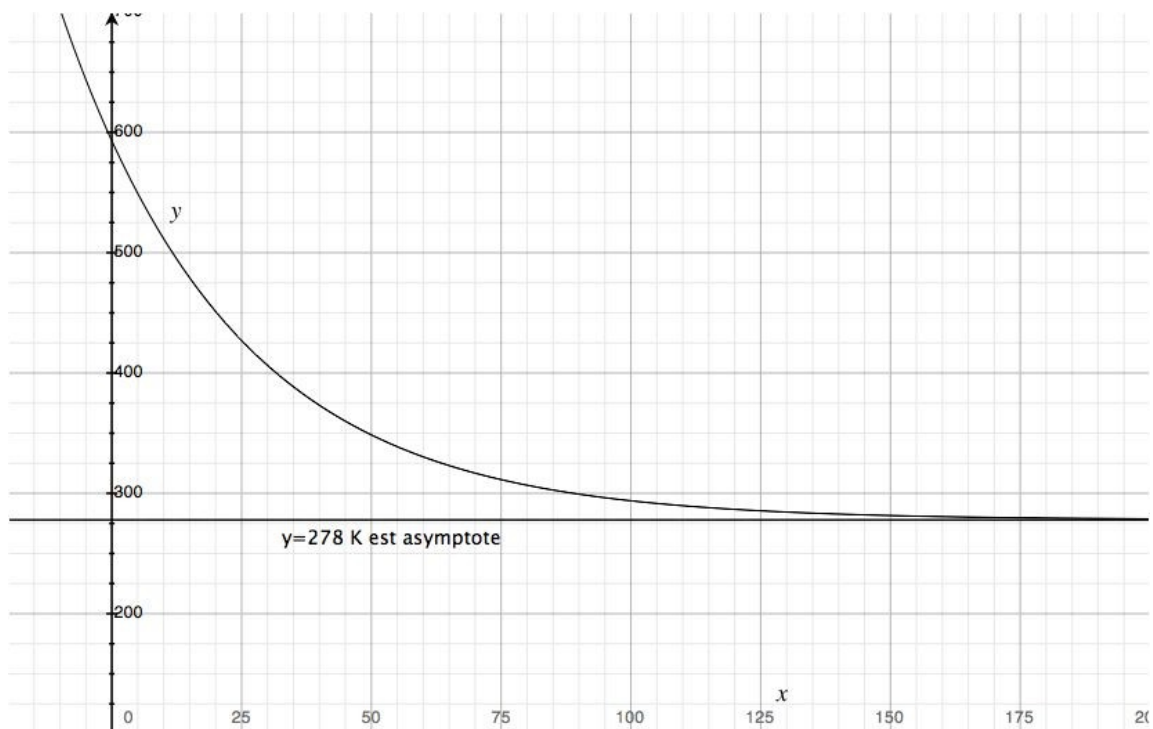
On a  $q_{cl} = 525 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \Rightarrow T_{cs} = 278 + (593 - 278) e^{-\left(\frac{20\pi \cdot 0,25 \cdot 12}{525}\right)} = 497,97 \approx 498 \text{ K} = 224 \text{ }^\circ\text{C}$

6.6 On pose  $L_0 = \frac{q_{cl}}{h \pi D}$ . Quelle est la dimension de  $L_0$  ?

L'argument d'une exponentielle étant sans dimension,  $\frac{L}{L_0}$  aussi. Conclusion :  $L_0$  s'exprime en m.

6.7 Tracer  $T_{cs}$  en fonction de  $\frac{L}{L_0}$ .

On trace  $T_{cs}\left(\frac{L}{L_0}\right)$ , avec  $L_0 = \frac{525}{20 \cdot \pi \cdot 0,25} = 33,42 \text{ m}$ , soit :  $T_{cs} = 278 + 315 \cdot e^{-\frac{L}{33,42} \text{ K}}$



6.8 Sur quel paramètre joue-t-on en pratique pour l'évacuation des fumées de cheminée ? Conclure quand aux grandeurs importantes dans cette étude.

Dans la pratique, on joue sur le tirage pour évacuer rapidement les fumées de cheminée. L'inconvénient, c'est que si les fumées montent trop vite, on attise le feu et le bois dure moins longtemps (car brûle trop vite). Le résultat est donc un compromis évacuation / tirage / durée de chauffe pour une bûche.

Il est toutefois important de remarquer que c'est le rayonnement qui chauffe le plus, d'où le besoin d'avoir le feu le plus fort possible.

Remarques:

- la formule démontrée en 6.3 est celle qui est préconisée par le Centre Scientifique et Technique du Bâtiment (CSTB) pour le calcul des cheminées.
- le fait de considérer  $T_a$  constante, ne permet pas d'écrire de bilan local sur le fluide froid (car cela donne  $q_{c2} \rightarrow \infty$ ). Et on se retrouve dans la même situation qu'un évaporateur ou un condenseur. Cependant les estimations sont correctes en pratique.